

# ÍNDICE GENERAL

## ÍNDICE

	INTRODUCCIÓN	11
1	TEORÍA DE GRUPOS	15
	1.1. Introducción	15
	1.2. Grupos	15
	1.3. Subgrupos	17
	1.4. Morfismos de grupos	18
	1.5. Cocientes por subgrupos	20
	1.6. Grupos cíclicos	22
	1.7. Grupo simétrico	23
	1.8. Cuestionario	26
	1.9. Biografía de Georg Fröbenius	28
	1.10. Problemas	32
2	DOMINIOS DE FACTORIZACIÓN ÚNICA	35
	2.1. Introducción	35
	2.2. Anillos. Cuerpos	35
	2.2.1. Anillos euclídeos	37
	2.3. Ideales de un anillo	38
	2.3.1. Morfismo de anillos. Cociente por un ideal	39
	2.3.2. Ideales primos. Ideales maximales	41
	2.3.3. Congruencias de Wilson y Fermat	43
	2.4. Dominios de factorización única	43
	2.4.1. Máximo común divisor	45
	2.4.2. Congruencia de Euler	47
	2.5. Anillos de fracciones	49
	2.6. Lema de Gauss. $K[x_1, \dots, x_n]$ es DFU	51
	2.7. Cuestionario	53
	2.8. Biografía de Leonhard Euler	54
	2.9. Problemas	60

# ÍNDICE

3	RAÍCES DE UN POLINOMIO	67
	3.1. Introducción	67
	3.2. Teorema de Kronecker	67
	3.3. Teorema de las funciones simétricas	70
	3.3.1. Teorema fundamental del Álgebra	72
	3.4. Factorización en $\mathbb{Q}[x]$	73
	3.4.1. Polinomios ciclotómicos	74
	3.5. Separación de las raíces	77
	3.5.1. Acotación de las raíces	77
	3.5.2. Exceso de una función racional real	77
	3.5.3. N° de raíces reales en un intervalo	80
	3.5.4. Raíces complejas en un rectángulo	83
	3.6. Cuestionario	91
	3.7. Biografía de D'Alembert	92
	3.8. Problemas	95
4	MÓDULOS	97
	4.1. Introducción	97
	4.2. Módulos	97
	4.3. Morfismos de módulos	99
	4.4. Sistema de generadores. Módulos libres	101
	4.5. Teorema de descomposición	104
	4.5.1. Ecuaciones diferenciales lineales con coeficientes constantes	105
	4.5.2. Ecuaciones en diferencias finitas	113
	4.6. Cuestionario	118
	4.7. Biografía de Hermann Grassmann	119
	4.8. Problemas	123
5	MÓDULOS SOBRE DIP	127
	5.1. Introducción	127
	5.2. Presentación de un módulo por módulos libres	128
	5.3. Transformaciones elementales	129
	5.4. Sistemas de ecuaciones lineales diofánticas	131

# Í N D I C E

5.5. Clasificación de módulos sobre anillos euclídeos	135
5.5.1. <i>Unicidad de los divisores elementales</i>	135
5.5.2. <i>Factores invariantes</i>	137
5.6. Clasificación de los grupos abelianos	139
5.7. Clasificación de los endomorfismos lineales	140
5.7.1. <i>Matrices de Jordan</i>	140
5.7.2. <i>Matriz característica</i>	143
5.7.3. <i>Polinomio característico. Teorema de Cayley-Hamilton</i>	146
5.7.4. <i>Sistemas de ecuaciones diferenciales lineales</i>	148
5.8. Localización de módulos	149
5.9. Clasificación de los módulos sobre DIP	151
5.10. Cuestionario	153
5.11. Biografía de Camille Jordan	154
5.12. Problemas	158
SOLUCIÓN DE LOS PROBLEMAS	163
BIBLIOGRAFÍA	187
ÍNDICE ALFABÉTICO	189